ESTUDIO DEL ESTADO TENSIONAL EN LA ZONA DE CONTACTO DE ENGRANAJES CILÍNDRICOS DE DIENTES RECTOS MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

Lic. Orestes González Quintero y Dr. C. Eleno Alfonso Brindis

Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos"

CD de Monografías 2008 (c) 2008, Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos"

Resumen.

Es usado el Método de Elementos Finitos (MEF) para modelar el Tratamiento Mecánico Térmico en ruedas dentadas cilíndricas de dientes rectos, consistente en combinar el endurecimiento por deformación plástica con el endurecimiento por envejecimiento artificial. Se aplica un modelo de elementos finitos para la simulación del contacto herramienta (rueda conductora) – probeta (rueda conducida), que cumple con las pruebas de validación realizadas. Entre otros se analizan los siguientes resultados, tránsito de la deformación de elástica a elastoplástica, desarrollo y distribución de la tensión residual en la medida que crece la deformación plástica, determinación del complejo campo de tensiones que prevalecen alrededor del contacto de un diente de engranaje típico durante su funcionamiento así como la determinación del límite de fluencia local. En el trabajo se explica brevemente e ilustra el procedimiento para la determinación del esfuerzo de cizallamiento máximo con el software ANSYS.

Palabras claves: Engranajes, Endurecimiento Subestructural, Deformación Plástica, Envejecimiento, Método de Elementos Finitos.

Introducción.

En el mundo de la ingeniería mecánica asociada con el mejoramiento de las transmisiones por engranajes, continúa siendo una de las prioridades la introducción de nuevos materiales y mejores tecnologías de fabricación que disminuyan los costos de producción y aumentan la precisión de las ruedas dentada, y por otra parte, el desarrollo de investigaciones de avanzada con el objetivo de obtener modelos teóricos-prácticos mejorados para una valoración más precisa de la capacidad de trabajo y el comportamiento funcional de las ruedas dentadas.

En nuestro país, se comenzó a trabajar desde comienzos de la década del 90, en una forma alternativa de mejorar la resistencia de los metales, el endurecimiento subestructural, con el empleo de los Tratamientos Mecánico-Térmicos simple y reiterado en piezas tipo árbol, en el que se enmarca el presente trabajo pero aplicado a la manufactura de engranajes.

Por otra parte, en el análisis de situaciones complicadas, como el cálculo de las tensiones en los flancos del diente, los criterios de Resistencia de Materiales por medio de los que, sujetos a la realización de suposiciones y simplificaciones, las soluciones pueden ser obtenidas por el cálculo manual a pesar del avance que ha tenido la ingeniería de engranajes en el establecimiento de mejores formulaciones para el cálculo de los esfuerzos de contacto con la introducción de coeficientes teóricos y prácticos que permiten resultados cada vez más objetivos y fieles a la realidad, no pueden producir resultados apropiados o adecuados y clama por otros métodos. En adición a los métodos experimentales, las técnicas numéricas usando computadoras digitales ahora proveen una alternativa poderosa de ahí que se hayan realizado una gran cantidad de investigaciones en el análisis de engranajes y que exista un enorme volumen de literatura referida a la modelación de estos elementos de máquina.

Así, es usado el Método del Elementos Finitos (MEF) en este trabajo, para modelar el tratamiento Mecánico Térmico, a través del análisis del contacto en el flanco del diente. El objetivo de este estudio es pronosticar el comportamiento de las tensiones residuales en la capa superficial de la zona de trabajo de los dientes en engranajes cilíndricos de dientes rectos sometidos al endurecimiento subestructural como operación final del proceso de fabricación.

Antecedentes en la implementación del Método de los Elementos Finitos en la ingeniería de engranajes.

En la búsqueda bibliográfica realizada se observa que el MEF se encuentra en una fase de gran expansión: es ampliamente utilizado en la industria y continúan apareciendo cientos de trabajos de investigación relacionados con la ingeniería de engranajes. En 1997 Handschuh describe el progreso en el análisis de engranajes cónicos con dientes en espiral, el fundamento de este trabajo descansa sobre la descripción de la geometría de estos engranajes según un procedimiento desarrollado por Litvin. La metodología propuesta fue ampliada por la combinación de los datos del diseño de engranajes básico con las superficies manufacturadas usando un criterio de geometría diferencial, proveyendo los datos necesarios para el ensamblaje de modelos de elementos finitos tridimensionales. En este trabajo son presentados ejemplos del método desarrollado para los análisis térmico y estructural/contacto. En 1999 Handschuh y Bibel investigan a través de un análisis tridimensional de contacto, el efecto de la frecuencia de rotación y el momento torsor en las tensiones de flexión comparando estos resultados con los obtenidos vía extensómetros (stain gages), los experimentos fueron conducidos desde carga estática hasta altas velocidades de rotación con varios niveles de carga. En el 2000, en un trabajo de corte similar Parker investiga la respuesta dinámica de engranajes cilíndricos de dientes rectos usando un modelo de elementos finitos de contacto mecánico bi-dimensional, igualmente el par dentado es analizado a través de un amplio rango de velocidades y torques operativos, realiza además comparaciones con experimentos publicados por otros investigadores que revelan el complejo fenómeno no-lineal que conduce a la perdida de contacto de los dientes engranados. Una característica primaria de la modelación es que las fuerzas dinámicas en la malla son calculadas usando un análisis de contacto detallado en cada paso de tiempo en la medida en que los engranajes ruedan a través de la malla. En otro trabajo Bibel, 2002, detalla el procedimiento desarrollado para ejecutar un análisis de contacto entre los dientes de un engranaje frontal con un piñón cilíndrico de dientes rectos, se explica como fueron determinadas las condiciones de frontera, cargas y los elementos de contacto. Por su parte los pasos de carga y el incremento de la carga fueron determinados por un modelo simplificado.

También se aprecia en el trabajo el empleo de diferentes sistemas de coordenadas locales según convenga para facilitar la modelación.

En un artículo del 2002 Litvin expone la aplicación del MEF en la determinación de las tensiones de contacto y de flexión así como en la investigación del corrimiento de la zona de contacto como consecuencia de los errores de desalineación. el autor presenta además su método modificado para conformar el Análisis por Elementos Finitos que entre otras ventajas plantea la no necesidad de los programas CAD para el desarrollo de los modelos para el Análisis por Elementos Finitos evitando así la perdida de exactitud de los modelos sólidos, finalmente ilustra la teoría desarrollada con ejemplos numéricos.

Nikolic-Stanojevic, (2003), por su parte, brinda una descripción detallada del procedimiento para el desarrollo del modelo de elementos finitos para un análisis estructural de contacto en dos dimensiones, también son presentados y discutidos los resultados proporcionados por el estado de la tensión en los flancos del diente a lo largo del camino del contacto, contribuyendo al cálculo preciso de la resistencia al pitting del par dentado. La exactitud del modelo desarrollado es confirmada por la comparación de las curvas del cambio del estado de la tensión en los flancos de los dientes engranados obtenidas analítica y numéricamente.

En el 2004, Wei investiga las características de un sistema de engranajes de perfil evolvente incluyendo las tensiones de contacto, tensiones de flexión y los errores de transmisión de ruedas dentadas engranadas. Las tensiones de contacto fueron examinadas usando modelos MEF 2-D mientras que las tensiones de flexión en la raíz del diente fueron analizadas usando modelos MEF 2-D y 3-D. Se detalla en el informe lo relacionado a la relación de rigidez entre los flancos en contacto así como diferentes modelos geométricos para llevar a cabo la investigación. Son presentados los resultados de los dos análisis MEF bi-dimensionales corridos en ANSYS, estas tensiones fueron comparadas con valores teóricos.

En el 2005 González Rey et al, dirigen su artículo a brindar un modelo matemático que permite el perfeccionamiento del cálculo de la capacidad de carga de los engranajes cilíndricos con el empleo del método de los elementos finitos. El procedimiento está basado en un modelo matemático del lugar geométrico de los puntos del contorno de los dientes en coordenadas polares. La base del procedimiento toma en cuenta la influencia de la herramienta degeneración de los flancos y la posibilidad de modificación del perfil del diente, con el distintivo interés actualidad de potenciar el perfeccionamiento de la evaluación de los esfuerzos en los dientes de ruedas dentadas en las investigaciones asociadas con la valoración de la capacidad de carga de los engranajes cilíndricos, adicionalmente se recomienda la ejecución de una serie de pasos, en base a la formulación establecida en el artículo, para la generación del modelo geométrico de los engranajes en una plataforma FEM.

Jackson et al, 2005, presenta un modelo de elementos finitos (MEF) de las tensiones y deformaciones residuales que son formadas después de que un contacto hemisférico

elasto-plástico esté descargado. El material es modelado como elástico perfectamente plástico y sigue el criterio de fluencia de von Mises. El FEM produce contornos para los desplazamientos normalizados axiales y radiales como las funciones de la profundidad de interferencia removida y su posición en la superficie del hemisferio. El artículo muestra que aparecen altas tensiones de von Mises residuales en el apilamiento de material cerca del borde del área de contacto después de la descarga completa. Los valores están definidos para la interferencia mínima normalizada, que cuándo es removida, resulta en tensiones residuales plásticas. En el trabajo también se realiza un análisis de la ecuación de Tabor (1951) para la predicción de la dureza, así como resultados de investigaciones recientes referentes al tema.

Paralelamente Kuboki (2005) introduce el análisis de la conformación de metales. Aunque su trabajo no aborda la modelación de engranajes tiene puntos de contacto con el análisis que se presenta en este trabajo. El autor enumera las ventajas del envejecimiento como método de endurecimiento y su aplicación al acero así como los requisitos técnicos que se garantizan con su aplicación. Se plantea como un nuevo concepto de que el envejecimiento en la micro-fase, la deformación y la elevación de la temperatura en la macro-fase deben ser analizados simultáneamente. En este artículo es propuesto un método numérico para la predicción del progreso del envejecimiento a partir de una morfología de cementita en acero al carbono Hipo-eutectoide. Son mostrados ejemplos de conformación de metales empleando el nuevo concepto.

En el 2006 Kawalec et al, presentan un análisis comparativo de los métodos usados en la evaluación de la resistencia en el pie del diente en engranajes cilíndricos tanto de dientes rectos como oblícuos según las normas ISO y AGMA verificándolas con modelos desarrollados y la simulación empleando el MEF en un amplio rango de engranajes manufacturados por diferentes métodos de elaboración y diferentes condiciones de funcionamiento. Los resultados del MEF son comparados con las tensiones calculadas basodos en las normas antes mencionadas, estos resultados son presentados y discutidos brevemente. Los resultados ponen de manifiesto las limitaciones existentes en las normas actuales asi como proveen las bases para futuros perfeccionamientos de las normas para engranajes.

Cotaquispe en el 2006, aborda el tema relacionado con el análisis del proceso de transmisión de la carga entre dos engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores con la finalidad de observar la influencia de la ubicación de la carga a lo largo del segmento de engrane. Con el objeto de poder obtener resultados confiables se reporta el desarrollo de programas de cálculo con los parámetros que definen exactamente la geometría de los engranajes, dentro del software COSMOS\M, garantizando la obtención de una forma precisa del funcionamiento de la transmisión. También dentro del aspecto del desarrollo de engrane con la finalidad de analizar diversos casos sugeridos por las distintas normas internacionales de cálculo de engranajes, así como por lo publicado entre los diversos investigadores y especialistas en el tema. Finalmente se presentan los resultados de los

esfuerzos de flexión en el pie del diente para diversas ubicaciones de la carga, logrando con ello analizar la obtención del punto crítico de aplicación de la carga entre los dientes de los engranajes.

Tensiones y deformaciones planas.

En sus trabajos Hearn, 1997; Liu, 2003 exponen que en general las tensiones y deformaciones en una estructura constan de seis componentes para las tensiones, ver figura 1.1, y seis para las deformaciones:

Tensiones: σx, σy, σz, τxy, τyz, τxz

Deformaciones: ɛx, ɛy, ɛz, γxy, γyz, γxz



Figura 1. Componentes de la tensión.

Bajo ciertas condiciones el estado de las tensiones y deformaciones puede ser simplificado. Por lo tanto el análisis estructural general tridimensional puede ser reducido a un análisis bidimensional, permitiendo un número de asunciones de simplificación en su tratamiento.

Existe coincidencia en que el espesor sirve como medio de clasificación dentro de este tipo general de problema. Normalmente el criterio de tensión plana es aplicado a los miembros que son relativamente delgados en relación con las otras dos dimensiones, mientras que el método de deformación plana para los miembros relativamente gruesos.

En otro trabajo, Zienkiewicz (2000), plantea que en ambos problemas de tensiones planas y deformaciones planas el campo de los desplazamientos es excepcionalmente dado por los desplazamientos u y v en las direcciones de los ortogonales ejes cartesianos x e y, y que en ambos las deformaciones y las tensiones que solo serán consideradas son las tres componentes en el plano xy. En el caso de las tensiones planas todas las otras componentes de la tensión, por definición, son cero y por lo tanto no contribuyen al trabajo interno.

En las deformaciones planas la tensión perpendicular al plano xy, no es cero, sin embargo la deformación en esa dirección, por definición, es cero y por consiguiente no tiene contribución al trabajo interno hecho por esta tensión, lo cual puede ser evaluado explícitamente a partir de las componentes de las tensiones principales si se desea, al concluir todos los cálculos.

Lo anterior es resumido por (Liu, 2003) como:

• tensión plana:

 $\sigma z = \tau y z = \tau z x = 0$ ($\epsilon z \neq 0$)

• deformación plana:

 $\sigma z = \tau y z = \tau z x = 0$ ($\sigma z \neq 0$)

Análisis de campos acoplados

Un análisis de campos acoplados es la combinación de análisis de diferentes disciplinas de ingeniería (campos físicos) que interactúan para resolver un problema global de ingeniería, por ello a menudo este tipo de análisis es conocido como análisis multifísico. En resumen cuando la entrada del análisis de un dominio depende de de los resultados de otro análisis, los análisis son acoplados.

En un problema de tensiones térmicas, el dominio de la temperatura introduce deformaciones térmicas en el campo estructural, pero las deformaciones estructurales generalmente no afectan la distribución de temperatura

El procedimiento para el análisis de campos acoplados depende de cuales campos serán acoplados, pero dos métodos distintivos pueden ser identificados: secuencial y directo. En este estudio es empleado el método secuencial.

El término análisis físico acoplado secuencialmente se refiere a la solución de una simulación física después de otra. Los resultados del primer análisis se convierten en carga para el siguiente. Si los análisis están completamente acoplados, los resultados del segundo análisis cambiaran algunas entradas del primer análisis.

El conjunto completo de condiciones de frontera y cargas consisten en lo siguiente:

- Cargas físicas de fundamento, las cuales no son función de otros análisis físicos. Tales cargas son llamadas condiciones nominales de frontera.
- Cargas acopladas, las cuales son resultado de otras simulaciones físicas.

El programa ANSYS puede realizar análisis multifísicos con una única base de datos. Un único conjunto de nodos y elementos existirá para el modelo entero. Lo que estos

representan son cambios de un análisis físico a otro, basados en el uso del concepto de ambiente físico. El término ambiente físico se aplica a los archivos que se crean que contienen todas las características y parámetros operativos para un análisis físico en particular y a los contenidos de ese archivo.

De manera que cada ambiente físico diferente debe ser construido separadamente, de modo que ellos puedan ser usados para determinar la solución física acoplada. Sin embargo es importante insistir en que existirá sólo un único set de nodos para el modelo entero. Creando la geometría en el primer ambiente físico y usándola con cualquier ambiente acoplado siguiente, la geometría es mantenida constante. Resulta necesario destacar que aunque la geometría es mantenida constante, los tipos de elemento pueden cambiar. Por ejemplo para los análisis térmicos son requeridos elementos térmicos, mientras que son usados elementos estructurales para determinar las tensiones en el modelo. No obstante, solamente ciertas combinaciones de elementos pueden ser usadas para los análisis físicos acoplados.



Flujo de datos para un análisis de campos secuencial.

El procedimiento básico para el método indirecto en este problema es como sigue:

- 1. Definir y resolver el primer problema.
- 2. Regresar a PREP7 y modificar la base de datos. En este punto es necesario conmutar el tipo de elemento, especificar las propiedades del material y especificar las condiciones de frontera del segundo problema.
- 3. Leer los resultados del primer análisis a partir del fichero de resultados.
- 4. Resolver el siguiente problema y crear el segundo fichero de resultados.

Cuando se conectan los diferentes ambientes físicos en un análisis de dominio acoplado, se accede a los datos de resultados especificados del primer análisis de solución del ambiente físico, aplicándolos como cargas para la solución del siguiente ambiente.

A través de los ambientes multifísicos, los tipos de elementos deben mantener una base geométrica consistente. Si un tipo de elemento permite la degeneración de la geometría, el correspondiente tipo de elemento en el otro ambiente debe también permitir la misma degeneración de la geometría. Por ejemplo el elemento estructural PLANE82 es compatible con el elemento térmico PLANE77 cuyas características generales son similares.



Figura 2. Geometría de los elementos PLANE82 y PLANE77

Durante la corrida del software se simula el contacto entre un par de dientes para lo que fueron acatadas las siguientes condiciones:

- No existe deslizamiento en la zona de contacto entre los dientes (polo de engrane).
- La superficie de contacto es continua y suave.

En el análisis por consiguiente fueron usados los tipos de elementos ANSYS: plane82, plane77 y <u>contac48</u>. Los elementos de 8 nodos tienen formas compatibles de desplazamiento y están bien dotados para modelar bordes curvos.

El uso de los elementos con la asunción cuadrática de los desplazamientos es generalmente recomendable como el mejor compromiso entre los elementos lineales (relativamente de bajo costo pero con una actuación inferior) y los elementos cúbicos (con una actuación superior pero con un alto precio). (Hearn, 1997; Zienkiewicz, 2000; Liu, 2003)

En el caso de los elementos CONTAC48, es importante notar, que son creados en el espacio entre dos superficies establecidas por el usuario. Cuando las superficies se acercan una a la otra, el elemento de contacto es aplastado lentamente hasta que el nodo (s) superior descanse o este situado a lo largo de la misma línea del nodo (s) inferior. Así, ANSYS puede calcular cuando las dos superficies prescritas han hecho el contacto.

Los elementos CONTAC48 básicamente usan el criterio de penalización (*penalty approach*) para modelar el contacto.

Materiales y Métodos.

El Método de Elementos Finitos, MEF, permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, más fácil y económico de modificar que un prototipo. No obstante no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas del método. Los prototipos, por lo tanto, siguen siendo necesarios, pero en menor número, ya que el MEF puede acercarse bastante a un buen diseño (Hearn, 1997). La validación del MEF está constatada ampliamente con la utilización del mismo a nivel mundial.

Debido a que el engranaje cilíndrico de dientes rectos puede ser considerado como un componente bidimensional, sin perdida de generalidad, puede ser usado el análisis de deformaciones planas, por tanto, fue construido un modelo 2D asimétrico de contacto.

El modelo geométrico fue creado a partir de su representación en AutoCAD (González y Alfonso, 2006), de donde se obtuvieron las coordenadas rectangulares de los puntos notables del par dentado para la modelación del mismo en el software ANSYS 7.1.

Como en esta investigación se presupone una respuesta del material, post-límite de fluencia, se emplea un sistema de ecuaciones no lineales y es requerido un método de solución iterativo, en este caso es utilizado el Método de Newton-Raphson.

Las condiciones del contacto de los dientes del par engranado es sensible a la geometría de las superficies en contacto, lo que significa que los elementos cerca de la zona de contacto necesiten ser refinados, lo que no es recomendable para el modelo en su conjunto con el propósito de reducir los requerimientos computacionales. El modelo tuvo un total de 2529 elementos y 6243 nodos. El área fina del mallado cerca de la del polo de engrane es diferenciada del resto con el propósito de circundar la región de altas tensiones colindante a la región del contacto lo que se muestra en la Figura 3.



Figura 3. Mallado en la cercanía de la de contacto.

El Tratamiento Mecánico Térmico aplicado, esta definido como un tipo de endurecimiento subestructural que consiste en combinar la deformación plástica con el

posterior tratamiento térmico (envejecimiento artificial en este caso) para la obtención de elevados índices de calidad de sus capas superficiales, incluye las siguientes etapas: aumento de la densidad de las dislocaciones (apilamiento) por intermedio de la deformación plástica y reestructuración de las dislocaciones en las subfronteras con la aplicación del envejecimiento artificial.

La simulación del tratamiento mecánico térmico se llevo a cabo con tres variantes de carga. Las condiciones de carga seleccionadas para cada variante que se muestran en la tabla 1, fueron el resultado de un amplio sondeo preliminar.

variante	Ft	Fr	Fn	T
	N	N	N	° C
1	1,00E+04	3,66E+03	1,07E+04	110
2	7,10E+03	2,59E+03	7,56E+03	110
3	5,03E+03	1,83E+03	5,35E+03	110

Tabla 1. Condiciones de carga en cada variante

Las propiedades del material comunes a todas las variantes del experimento se muestran en la tabla 2. Estas propiedades del material permiten una efectiva modelación de todos los regimenes de contacto elastoplástico previstos.

Modelo del material	SI
Módulo de elasticidad	200 GPa
Coeficiente de Poisson	0.27
Límite de fluencia	390 MPa
Módulo tangente	160 GPa
coeficiente de expansión térmica	1,1.10 ⁻⁵ mm/m°K

Tabla 2. Propiedades mecánicas del material de las muestras.

El modelo de material adoptado en la experimentación es la Opción de Endurecimiento Bilineal Isotrópico, BISO, por sus siglas en inglés, el que usa el criterio de fluencia de von Mises acoplado con la asunción de una acritud isotrópica.

Las condiciones de frontera fueron definidas como las limitaciones de todos los desplazamientos de traslación de esos nodos del contorno en el modelo del diente de la rueda (objeto de estudio) que presentan las conexiones con el cuerpo del engranaje y con el eje, mientras que en el caso del diente del piñón (que es la herramienta para inducir la deformación plástica en este estudio), solamente se le impusieron limitaciones de todos los desplazamientos de traslación y giratorios para los nodos que presentan las conexiones con el eje. Unas cuantas fuerzas concentradas en el cuerpo del diente del piñón en una posición radial conocida simulan la carga, como se muestra en la figura 4,

de manera que el momento total con que es cargado el diente mallado es igual al momento en el eje del engranaje.



Figura 4. Condiciones de frontera aplicadas al modelo del par dentado.

Resultados y discusión.

El análisis se llevó a cabo para el instante en que el contacto se realiza por un solo par de dientes, es decir en la zona correspondiente al polo de engrane. Fue usado el método de deformación para modelar el problema del contacto, una vez determinado el campo de los desplazamientos, fueron derivadas las deformaciones y por lo tanto las tensiones, utilizando las relaciones deformación-desplazamiento y tensión-deformación, respectivamente.

A manera de un chequeo de la validez del modelo utilizado, fueron calculadas las fuerzas de reacción durante la condición descargada. Basados en la condición de equilibrio de fuerzas una vez que el contacto es descargado completamente las fuerzas de reacción deben ser cero. Esta condición trivial reportada en (Hearn, 1997; Jackson, 2005) es satisfecha con el elemento de ocho nodos PLANE82 empleado en el modelo de elementos finitos en esta investigación.

Análisis de la Formación de las Tensiones.

Al aplicar la carga se comienza a formar una región de altas tensiones debajo de la frontera común de las superficies en contacto. Eventualmente el material fluye en esta región de alta tensión y se forma un núcleo plástico. El núcleo plástico está rodeado de material elástico, lo cual disminuye en la medida que el modelo sea sometido a cargas mayores. En las cargas superiores el núcleo plástico se expande tridimensionalmente por la superficie, y también hacia el centro del modelo, debido a que el material que está fluyendo plásticamente ya no resiste la carga adicional. Por consiguiente, cualquier carga adicional es soportada por las regiones elásticas circundantes. Es decir, cuándo el límite de elasticidad es excedido, las deformaciones posteriores resultan en movimiento de las dislocaciones, alteración de la red cristalina, y la formación de micro-tensiones, pero sin incremento adicional en la tensión macroscópica.

En este análisis es usado el valor de la tensión de von Mises para predecir la fluencia del material en la zona de contacto. La tensión de von Mises (ver figuras 5 y 6) muestra cuan "intenso" es el estado de tensión relativo al límite de fluencia.





Figura 5. Gráfico del contorno de las tensiones de von Mises con el par dentado cargado con Fn= 1,07E+04 N





Figura 6. Gráfico del contorno de las tensiones de von Mises con el par dentado descargado desde Fn= 1,07E+04 N

Con el propósito de monitorear el estado de las tensiones sub-superficiales se seleccionaron los nodos a lo largo de un eje virtual, normal al perfil del diente a partir del punto de contacto y dirigido hacia el interior del mismo hasta una profundidad, Δ , de 0.57 mm. En las figuras 7 y 8 se muestran los gráficos de las tensiones de von Mises, correspondiente a los nodos situados debajo del punto de contacto inicial con el par dentado cargado y descargado.



Figura 7. Gráfico de las tensiones de von Mises en los nodos situados debajo del punto de contacto inicial con el par dentado cargado. (SEQV 1 corresponde a 1,07E+04 N, SEQV 2 corresponde a 7,56E+03 N y SEQV 3 corresponde a 5,35E+03 N)



Figura 8. Gráfico de las tensiones de von Mises residuales en los nodos situados debajo del punto de contacto inicial con el par dentado descargado.

El valor nodal de las tensiones de von Mises en los nodos situados debajo del punto de contacto inicial con el par dentado cargado, por su interés, se muestra en la tabla 3.

Δ , mm	NODE	SEQV 1	SEQV 2	SEQV 3
0,00	434	544,79	556,53	488,21
0,07	496	2123,00	1995,00	1677,50
0,14	494	1759,10	1472,50	1150,10
0,21	492	1475,10	1164,40	877,67
0,29	490	1246,20	946,16	696,93
0,36	488	1071,30	795,38	578,87
0,43	486	936,60	685,73	495,70
0,50	484	831,53	603,53	434,68
0,57	467	748,45	540,24	393,73
Pron	nedio	1192,90	973,27	754,82

Tabla 3: Valores de las tensiones de von Mises (MPa) con el par dentado cargado.

El comportamiento de la tensión-deformación de los metales y aleaciones a bajas deformaciones es casi siempre reversible y lineal. El rango elástico sin embargo, está limitado por el límite de fluencia, las tensiones por encima de este, generan

deformaciones permanentes o inelásticas. En el rango plástico, el flujo de la tensión usualmente se incrementa con la correspondiente cantidad de deformación plástica acumulada, y se convierte en el nuevo límite de fluencia si el material es descargado (Barlat, 2007). De donde los promedios de tensiones equivalentes mostrados en la tabla anterior constituyen los nuevos límites de fluencia locales para los modelos analizados.

Al ser la tensión de von Mises una magnitud positiva, no revela si el material está sometido a tensiones de tracción, compresión, cortante, etc. En estos términos, es importante juzgar la distribución del tensor de tensión completo por todo el modelo. Según lo conocido, cuando el modelo plásticamente deformado se descarga, el material elástico intenta restaurar su forma original. Sin embargo, las regiones plásticamente deformadas inhiben esto dado que el estado del material ha cambiado (Barlat, 2007). Esto resulta en regiones de tracción y de compresión, aun cuando sea cero la suma de la fuerza global aplicada al sistema.

La distribución de σx , Figura 9, muestra las regiones de esfuerzo de compresión y de tracción en la dirección del eje x. La Figura 10 muestra la distribución de tensiones en la dirección de y, donde la diferente distribución de tensiones de σx y σy contribuirán a tensiones de von Mises más grandes en ciertas regiones.



Figura 9. Gráfico del contorno de las tensiones Sx con el par dentado: a) cargado con Fn= 1,07E+04 N, b) descargado desde Fn= 1,07E+04 N

La gráfica del contorno de la tensión cortante, τxy (SXY) se muestra en la Figura 11, para los modelos cargado y descargado, igualmente desde Fn= 1,07E+04 N, muestra una distribución interesante. Cerca del borde de contacto, hay una región de esfuerzo de cizallamiento positivo próximo al eje virtual mencionado que queda al lado de una región de tensión de cizallamiento negativa. El esfuerzo de cizallamiento parece alcanzar el máximo en un punto fuera de dicho eje, formando así aros de esfuerzo de cizallamiento alrededor a ambos lados del punto de contacto abarcando una buena parte del diente. Este esfuerzo de cizallamiento amplifica las tensiones de von Mises dentro del modelo. La figura 11(a) ilustra las condiciones de tensión que prevalecen alrededor del contacto de un diente de engranaje típico durante su funcionamiento (Hearn, 1997; Wei, 2004).



Figura 10. Gráfico del contorno de las tensiones Sy con el par dentado: a) cargado con Fn= 1,07E+04 N, b) descargado desde Fn= 1,07E+04 N



a b Figura 11. Gráfico del contorno de las tensiones Sxy con el par dentado: a) cargado con Fn= 1,07E+04 N, b) descargado desde Fn= 1,07E+04 N

En las Figuras 12 y 13 se muestran los Gráficos de las componentes de la tensión, y en las figuras 14 y 15 los de las tensiones principales, en todos los casos correspondiente a los nodos situados debajo del punto de contacto inicial con el par dentado cargado y descargado respectivamente desde Fn= 1,07E+04 N.

Al analizar el comportamiento de las componentes de la tensión como el ilustrado en las figuras 12 y 13, puede apreciarse que en todas las variantes se manifiesta la misma tendencia a la recuperación elástica una vez retirada la carga llegando incluso a cambiar el signo de la tensión en algunos nodos. De los modelos analizados fue desechado el cargado y descargado desde Fn= 5,35E+03 N, por generar como promedio tensiones residuales de tracción en la capa superficial analizada.



Figura 12. Gráfico de las componentes de la tensión en los nodos situados debajo del punto de contacto inicial con el par dentado cargado con Fn= 1,07E+04 N



Figura 13. Gráfico de las componentes de la tensión en los nodos situados debajo del punto de contacto inicial con el par dentado descargado desde Fn= 1,07E+04 N

En los gráficos de las tensiones principales se puede apreciar igualmente el comportamiento de la recuperación elástica y el cambio de signo de la tensión en algunos nodos. Se utilizó además para otra validación del modelo de elementos finitos, en todas las variantes durante la etapa de carga la tensión S1 fue igual a cero al menos hasta una profundidad de 0.21 mm.



Figura 14. Gráfico de las tensiones principales en los nodos situados debajo del punto de contacto inicial con el par dentado cargado con Fn= 1,07E+04 N



Figura 15. Gráfico de las tensiones principales en los nodos situados debajo del punto de contacto inicial con el par dentado descargado desde Fn= 1,07E+04 N

En el caso de las figuras 7 y 8, la disímil distribución de las tensiones $\sigma x y \sigma y$ es quien favorece la existencia de tensiones de von Mises más grandes en ciertas regiones, en particular en el nodo 496 en el estado cargado (tabla 3).

Determinación del esfuerzo de cizallamiento máximo.

La posición sub-superficial del esfuerzo de cizallamiento máximo es un factor significativo en el fallo de fatiga superficial. La teoría señala que las grietas que comienzan eventualmente debajo de la superficie crecen hasta el punto que el material por encima de la grieta prorrumpe para formar un hoyo.

El esfuerzo de cizallamiento máximo, figuras 16 y 17, fue determinado con el empleo de los resultados almacenados en la base de datos por medio de la expresión 1.



Figura 17. Gráfico del contorno de la tensión tangencial máxima, Tmáx, con el par dentado cargado con Fn= 1,07E+04 N



Figura 18. Gráfico del contorno de la tensión tangencial máxima, τ máx, con el par dentado descargado desde Fn=1,07E+04 N

La posición sub-superficial τ máx puede ser vista yaciendo debajo de la superficie en el centro de la zona de contacto.

Procedimiento para la determinación del esfuerzo de cizallamiento máximo. Se define una tabla de valores por elemento (Element Table) para su uso en posteriores procesamientos (comandos Element Table). La tabla de elementos es organizada como una "hoja de cálculo," con las filas representando todos los elementos seleccionados, y las columnas constituyendo los resultados que han sido introducidos en la tabla (ítem, Comp) con ETABLE. Cada columna de datos es identificada por una etiqueta creada por el usuario (Lab) para su listado y despliegue en pantalla.

La tabla de elementos es como una hoja de cálculo, donde cada fila representa un elemento, y cada columna representa un dato particular para los elementos. Por ejemplo, una columna podría contener la tensión promedio SX para los elementos, mientras que otra pudiese contener los volúmenes del elemento, mientras que una tercera podría contener la coordinada Y del centroide para cada elemento.

Para crear o borrar la tabla de elemento, se usa una de las siguientes órdenes:

Main Menu>General Postproc>Element Table>Define Table or

Main Menu>General Postproc>Element Table>Erase Table

Notas acerca de la definición de Tablas de Elementos. La orden ETABLE trabaja sólo en los elementos seleccionados. Esto es, sólo datos para los elementos que usted ha seleccionado son movidos para la tabla del elemento. Cambiando los elementos seleccionados entre las órdenes ETABLE, selectivamente se puede llenar las filas del elemento tabla.

El programa ANSYS automáticamente no rellena (actualiza) la tabla de elementos cuando se lee en un conjunto diferente de resultados (tal como para un paso de carga

diferente) o cuándo se alteran los resultados en la base de datos (tal como por una combinación de casos de carga).

Como ya se ha dicho, se puede usar la tabla de elementos como una "hoja de cálculo" para hacer procesamiento de datos entre los resultados.

Realizando Operaciones Aritméticas entre los Datos de Resultados. Usando órdenes del módulo POST1 CALC, se pueden realizar operaciones entre datos de resultados en la base de datos. El único requisito es que se debe usar la tabla de elementos, que sirve como una "hoja de cálculo" que permite operaciones aritméticas entre sus columnas.

El procedimiento para hacer cálculos entre los datos de resultados precisa tres pasos simples:

1. Usar el comando ETABLE (*Main Menu > General Postproc > Element Table > Define Table*) para introducir uno o más *datos* de resultados en la tabla de elementos u "hoja de trabajo". Figura 19 (ventanas A, B, C, D, E)



Define Add	litional Element Table Items				×	
[ETABLE]	Define Additional Eleme	nt Table Items				
Lab	User label for item	\$3				
Item,Comp	Results data item	DOF solutio Strain-tota Nodal force Energy Error estin Geometry Strain-ther	data data tion tic mal	Z-direction SZ XY-shear SXY YZ-shear SYZ XZ-shear SYZ XZ-shear SXZ 1st principal S1 2nd principal S3 3rd principal S3		
[AUPRIN]	Eff NU for EQU strain	0				
	¢F	or "By sequence nur	", enter se	quence		
	n	o. in Selection box	. See Tabl	e 4.xx-3		
	i	n Elements Manual f	or seq. num	bers.)		
D	ок	Apply	(ancel	Help	
		📃 Element Table	Data			×
		Curi	ently De	fined Data a	and Status:	
		Labe 1	Item Co	ցան	Time Stamp	
		<u>\$1</u>	S 1	Time=	1.0000	(Cu: 🔺
		\$3	<u> </u>	Time=	1.0000	CCu
						Y
		Add		Update	Delete	
					1990 - 1990 - 1990 - 1990 - 1990 - 1990 - 1990 - 1990 - 1990 - 1990 - 1990 - 1990 - 1990 - 1990 - 1990 - 1990 -	E
			Close		Help	~

Figura 19. Introducción de los datos de resultados S1 y S3 en la tabla de elementos

2. Realizar las operaciones aritméticas deseadas usando órdenes del módulo CALC (SADD y SMULT, en este caso). Figura 20 (ventanas A, B)

Add El	ement Table Items	×
[SADD]	LabR = (FACT1 * Lab1) +	(FACT2 * Lab2) + CONST
LabR	User label for result	SUMA
FACT1	1st Factor	1
Lab1	1st Element table item	81
FACT2	2nd Factor	-1
Lab2	2nd Element table item	83
CONST	Constant	0
	OK Apply	Cancel Help

Lononi		biy a vinora a ha	
LabR	User label for result	TMAX	B
FACT1	1st Factor	0.5	
Lab1	1st Element table item	SUMA	
FACT2	2nd Factor	1	
Lab2	2nd Element table item	- none -	
	OK Apply	Cance1	Help

Figura 20. Introducción de las ecuaciones que permiten el cálculo de τ_{MAX} , ajustando las ecuaciones que aparecen en la parte superior de las ventanas

3. Revisar el resultado de las operaciones usando el PRETAB (*Main Menu > General Postproc > Element Table > List Elem Table*) Figura 21A ó el PLETAB (*Main Menu > General Postproc > Element Table > Plot Elem Table*) Figura 21B.



Figura 21. Revisión de los resultados.

Los datos almacenados en la tabla definida con el comando ETABLE se despliegan en pantalla para los elementos seleccionados. Los datos son asumidos constantes sobre el elemento para los propósitos de su despliegue, y son asignados para cada uno de sus nodos. Las líneas de despliegue del contorno (líneas de valor constante) son determinadas por la interpolación lineal dentro de cada elemento a partir de los valores nodales. Estos valores nodales tienen la opción de ser promediados, Figura 22, (los valores son promediados en un nodo cada vez que dos o más elementos se conecten al mismo nodo) o no ser promediados (discontinuos). La discontinuidad entre las líneas de contorno de elementos adyacentes es una indicación del gradiente a través de los elementos.



Figura 22. Gráfico de contorno de la Tensión Tangencial Máxima, τ_{MAX} , solución nodal promediada.

Conclusiones.

El MEF produce los contornos para los desplazamientos normales y tangenciales al perfil del diente como funciones de la carga aplicada y luego removida y la localización con respecto al punto de contacto inicial, mostrando cómo la deformación cambia de elástica a elastoplástica en la medida que el material empieza a sobresalir hacia afuera en lugar de comprimirse. Mientras que las graficas de línea elaboradas en Excel, a partir de de los ficheros de resultados creados, de las componentes del tensor de tensión y de las tensiones principales de los nodos subsuperficiales muestran el desarrollo de la distribución de tensión residual en la medida que crece la deformación plástica. Este desarrollo permitió predecir que en caso de la muestra cargada y descargada desde Fn= genera como promedio tensiones residuales de tracción en la capa 5,35E+03 N, superficial analizada lo que perjudica la resistencia al desgaste y a la fatiga de dicha capa. Del mismo modo, las gráficas de línea de las tensiones de von Mises permitieron la apreciación del nuevo límite de fluencia, que alcanza un valor de 1192 MPa en el caso de la probeta más cargada. La versatilidad del MEF combinado con la reducción de la manufactura de prototipos a ser ensayados y mejorados de forma iterativa, contribuye significativamente a la reducción de los costos de la experimentación.

Bibliografía.

- Alfonso, E, 2002. "Apuntes sobre la interrelación entre la composiciónmicroestructura-propiedades del acero", Universidad de Matanzas.
- Barlat, F. 2007. "Constitutive Modeling for Metals". Advanced Methods in Material Forming.
- Bibel, G. 2002. "Procedure for Tooth Contact Analysis of a Face Gear Meshing With a Spur Gear Using Finite Element Analysis", NASA CR—2002-211277, Washington, DC, January 2002. Available electronically at <u>http://gltrs.grc.nasa.gov/GLTRS</u>
- Cotaquispe, L. O. 2006. "Análisis del proceso de transmisión de la carga en un engranaje metálico de dientes rectos exteriores mediante la modelación". COMEC. UCLV. Noviembre 2006.
- González Rey, G. et al. 2002."El método de elementos finitos como alternativa en el cálculo de engranajes". Ingeniería Mecánica, 1.
- González, O. y E. Alfonso. 2006. "Modelación de engranajes cilíndricos de dientes rectos. Una solución computarizada". CD-ROM de monografías. UMCC. ISBN: 959 16 0490 -4. Disponible en <u>http://cict.umcc.cu/monografias/monos06.htm</u>
- Handschuh, R. F. 1997. "Recent Advances in the Analysis of Spiral Bevel Gears". NASA TM-107391, ARL-TR-1316. Washington, DC, June 1997. Available electronically at http://gltrs.grc.nasa.gov/GLTRS

- Handschuh, R. F. y George D. Bibel, 1999. "Comparison of Experimental and Analytical Tooth Bending Stress of Aerospace Spiral Bevel Gears", NASA TM—1999-208903, ARL-TR-1891, Washington, DC, February 1999. Available electronically at <u>http://gltrs.grc.nasa.gov/GLTRS</u>
- Hearn, E.J., Mechanics of Materials (Third Edition) Volume 2, Butterworth-Heinemann, Woburn, MA (USA). 1997. ISBN 0-7506-3266-6.
- Jackson, R. L. et al. 2005. "A Finite Element Study of the Residual Stress and Deformation in Hemispherical Contacts". Transactions of the ASME. Vol. 127, July 2005
- Kawalec, A. et al. 2006. Comparative Analysis of Tooth-Root Strength Using ISO and AGMA Standards in Spur and Helical Gears With FEM-based Verification. J. Mech. Design - Transactions of the ASME. 1141–1158.
- Kuboki, T. et al: 2005. Evaluation Method of Microstructure for Prediction of Ageing Progress in Hypo - Eutectoid Carbon Steel, VIII International Conference on Computational Plasticity COMPLAS VIII. CIMNE, Barcelona. Disponible electrónicamente en: http://congress.cimne.upc.es/complas05/admin/Files/FilePaper/p163.
- Litvin, F.L. et al. 2002. "Design and Stress Analysis of Low-Noise Adjusted Bearing Contact Spiral Bevel Gears" NASA Final Contractor Report 2002-211344, ARL– CR–486, Washington, DC, January 2002. Available electronically at http://gltrs.grc.nasa.gov/GLTRS

Liu, Yijun. 2003. "Introduction to the Finite Element Method". University of Cincinnati. USA. Disponible electrónicamente en <u>http://urbana.mie.uc.edu/yliu/FEM-525/FEM_Lecture_Notes_Liu_UC.pdf</u>.

- Nikolic-Stanojevic, V. and I. (Atanasovska) Cvejic. 2003. "The Analysis of Contact Stress on Meshed Teeth's Flanks Along the Path of Contact for a Tooth Pair". Facta Universitatis, Series: Mechanics, Automatic Control and Robotics Vol.3, No 15,
- Parker, R. G. et al. 2000. "Non-linear Dynamic Response of a Spur Gear Pair: Modelling And Experimental Comparisons". Journal of Sound and Vibration. 237(3), 435-455. Disponible electrónicamente en <u>http://www.idealibrary.com</u>
- Tabor, D., 1951. Hardness of Metals, Clarendon Press, Oxford.
- Wei, Zeping. 2004, "Stresses and Deformations in Involute Spur Gears by Finite Element Method", M.Sc. Thesis, Dept. of Mechanical Engineering, University of Saskatchewan.
- Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L., 2000, "The Finite Element Method" (Fifth Edition) -Volume 1: The Basis, Butterworth-Heinemann, Woburn, MA (USA), ISBN 0-7506-5049-4.